

Nested Logit Model のパラメータ推定の安定性に関する研究*¹Study on Estimation Stability of Nested Logit Models*¹菊池輝*², 明壁佳久*³, 中井周作*⁴, 藤井聡*², 北村隆一*⁵By Akira KIKUCHI*², Yoshihisa ASUKABE*³, Shusaku NAKAI*⁴, Satoshi FUJII*² and Ryuichi KITAMURA*⁴

1. はじめに

近年, 超電導リニア, LRT, セグウェイなどの新交通システムが話題となっている. 新交通システムの導入の是非を議論するにあたり, 交通需要予測は重要な計画要素である. そして, 交通需要予測の代表的な手段として, 離散選択モデル¹⁾が挙げられる. これまでに様々な離散選択モデルが開発されており, 中でも Probit Model, Nested Logit Model, Mixed Logit Model に代表される Non-IIA model は選択肢間の誤差項に相関のある選択問題を扱えることから, 幅広い分野で適用されている.

しかし Non-IIA Model の方が IIA Model よりも優れた一般的なモデルで有用であるとの判断できるか否かについては, 一定の慎重さが必要であるものと考えられる. 何故なら, Non-IIA Model の推定値の安定性には未だ疑問点が残されているほか, 推定の簡易さに関しては尤度関数の凹性が保障されているという理由から確定効用部分のみを用いて尤度関数が定式化される Logit Model の方が優れているからである. 事実このような視点のもと, Non-IIA model の特性を把握するいくつかの既往研究²⁾³⁾が存在するが, 実測データを用いた検証が大半を占めており, 評価はモデルの goodness-of-fitting を用いたものに留まっている.

そのような中で, B.R. Dansie⁴⁾は, 誤差構造を一意に決定できない場合が存在する問題, すなわち identification problem を Probit Model が有することを理論的に示した. それを受けて, Walker, J⁵⁾⁶⁾, 兵藤ら⁷⁾, そして Nakai and Kitamura⁸⁾は, 実測データではなく, 人工データを作成し, Mixed Logit Model の推定安定性に関する問題点を提起している. しかしながら, Mixed Logit Model と同じく代表的な Non-IIA model であり, かつ, より古くから活用されてきた Nested Logit Model についての, そうした詳しい検証は十分に為されていないのが実情である.

そこで本研究では, Nested Logit Model の特性及び問題点を, 実測データを用いずに明らかにすることを目的とする. 具体的には, 同一のパラメータ, 誤差構造を持つ離散選択人工データを複数セット作成した上で, Nested Logit Model の推定を行い, 得られたパラメータ推定値や誤差構造の再現性, 推定値の分布に着目した考察を行う. 加えて, 重要予測への適用の観点から, 選択確率の推定値に関する考察を行う.

2. 離散選択データの作成⁹⁾

分析者が離散選択モデルを推定する際には, まず効用関数, 言い換えれば誤差構造を特定する必要がある. しかし, 現実には誤差構造は観測不可能であり, 実際の誤差構造と特定した誤差構造とに乖離が存在することは否めない. 本研究ではその乖離に起因する問題を明らかにするために, シミュレーションにより作成した離散選択データを用いた検証を行う. 実際の行動データを用いた検証ではパラメータや誤差構造が未知であり, これらの再現性を知る術はない. そのため, 尤度に関する指標にてデータへの goodness-of-fitting を把握し, 推定結果を評価する以上の, モデル検証の方法を考えることは難しい. しかし人工データを用いた検証では, 誤差構造をあらかじめ与えた上でモデル推計を行うことができることから, 厳密にモデルの推定精度を評価することが可能となる.

本研究で用いる離散選択人工データは, 個人数 (オブザベーション数) が 1,000, 2 説明変数, 3 選択肢の Probit Choice Probabilities に従う離散選択結果をあらかじめシミュレートすることで作成した Probit Model の誤差構造, つまり誤差項の共分散行列を用いることで, 選択肢間の誤差項の相関を表現した. 誤差項の実現値を確率的に生成させ, 式(1)で表す効用関数に従い効用を算出し, 最大の効用となった選択肢が選ばれるというランダム効用最大モデルの考え方に基づいて, 選択データを作成した.

$$U_{in} = \beta_1 X_{1in} + \beta_2 X_{2in} + \varepsilon_{in} \quad (1)$$

U_{in} : 個人 n が選択肢 i を選択したときの効用

X_{jin} : 個人 n の選択肢 i に関する $j(j=1,2)$ 番目の説明変数

β_j : $j(j=1,2)$ 番目の説明変数に関するパラメータ

*1 キーワーズ: Nested Logit Model, Non-IIA Model, 離散選択

*2 正員, 工博, 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 (京都市西京区京都大学桂 4-C1-2,

TEL 075-383-3240, E-mail:kikuchi@trans.kuciv.kyoto-u.ac.jp)

*3 非会員, 東京建物株式会社

*4 学生員, 工修, 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻

*5 正員, Ph.D., 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻

ε_{in} : 個人 n の選択肢 i に関する誤差項 (正規分布に従う)

(1) 説明変数の作成

作成する 2 説明変数は, 標準正規分布に従う正規乱数を発生させた .

(2) 誤差項の作成

誤差項の作成にあたり, 図1に示すように, 選択肢1が独立であり, 選択肢2と選択肢3の誤差項間に相関があるネスト構造を仮定した . 図中では, 上位選択肢に対して番号 $m(m = 1, 2)$ を付し, 下位選択肢については, 任意の上位選択肢 m の下に対して $rm(r = 1, 2)$ なる2桁の番号を付している .

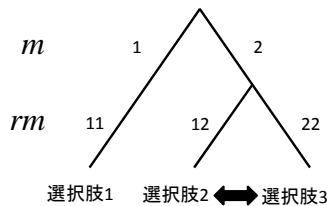


図1 . 人工データの選択肢のネスト構造

誤差項の生成においては, まず, 独立な正規乱数 r_1, r_2, r_3 を生成し, コレスキー分解を用いて, 式(2)で表される誤差の共分散行列 Σ_ε に従う乱数すなわち, 誤差項 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ を生成する .

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} \sim \Sigma_\varepsilon = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sigma_{23} \\ 0 & \sigma_{23} & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで, σ^2 は分散, σ_{11} は ε_{1n} の分散, σ_{23} は ε_{2n} と ε_{3n} の相関係数, すなわち誤差相関係数である . ここで本研究では, $\sigma^2 = 1.0$ とし, σ_{23} を 0.00, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 0.90 と複数の値を設定し, 誤差項を作成した .

(3) 離散選択のシミュレート

前節までに作成した説明変数と誤差項に加え, 式(1)で表す効用関数のパラメータ値を設定することで効用を算出し, 最大効用となる選択肢が選ばれたとみなす . このシミュレートをオブザベーション数だけ繰り返し, 1セットの離散選択データとする . 本研究では式(3)のとおりパラメータ値を設定した .

$$\begin{cases} \beta_1 = 1.0 \\ \beta_2 = 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

本研究ではパラメータ推定値と設定値との比較に加えて, 推定値の分布の考察を行うため, 設定した 6 種類の誤差

相関係数毎に 100 セットの離散選択データを作成した .

3. 検証

(1) 概要

本稿では, 選択肢のネスト構造の特定に着目する . まず 3.(2)にてデータのネスト構造と特定したネスト構造とに乖離が無い状況を想定し, Nested Logit Modelの特徴を明らかにする . ここでは, 前章で作成した離散選択データを用いて, 既知であるデータの誤差構造を特定し推定を行い 誤差相関係数毎に100セットの推定結果を得る . 設定値との比較から再現性を, 推定値のパラツキから推定値の安定性を把握する .

続いて 3.(3)にて誤差構造が未知である, というより現実的な状況を想定し, 既知であるデータのネスト構造と異なるネスト構造を特定し推定することで, Nested Logit Modelの持つモデルの特定化と推定値の関係を明らかにする . なお, 推定ソフトウェアはRを用いた .

(2) データと等しいネスト構造を特定した場合

ここでは, 図1に示したデータと等しいネスト構造を特定する . すなわち, 選択肢 2 と選択肢 3 が同一の上位選択肢の下に属するとする . このとき効用関数を式(4)で特定する . ここに, $\varepsilon_{(r|m)n}$ は m を選択した条件の下で rm を選択したときの効用の誤差項, ε_{mn} は m を選択したときの効用の誤差項とする .

$$\begin{cases} U_{1n} = \beta_1 X_{11n} + \beta_2 X_{12n} + \varepsilon_{(1|1)n} + \varepsilon_{1n} \\ U_{2n} = \beta_1 X_{21n} + \beta_2 X_{22n} + \varepsilon_{(1|2)n} + \varepsilon_{2n} \\ U_{3n} = \beta_1 X_{31n} + \beta_2 X_{32n} + \varepsilon_{(2|2)n} + \varepsilon_{2n} \end{cases} \quad (4)$$

誤差項はいずれもロケーションパラメータ θ スケールパラメータ μ の Gumbel 分布に従うとする . このとき, 選択肢 2 と選択肢 3 の誤差相関係数は次式で表される .

$$\sigma_{23} = 1 - \mu^2 \quad (5)$$

また, 式(4)のように効用関数を特定したとき, 選択確率式は次式で表される .

$$\begin{cases} P_{11n} = \frac{\exp(V_1)}{\exp(V_1) + \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^\mu} \\ P_{12n} = \frac{\exp(V_2/\mu) \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^{\mu-1}}{\exp(V_1) + \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^\mu} \\ P_{22n} = \frac{\exp(V_3/\mu) \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^{\mu-1}}{\exp(V_1) + \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^\mu} \end{cases} \quad (6)$$

この式(6)を用いて最尤推定法により未知パラメータを推定する . ここで未知パラメータは効用関数の確定効用

部分のパラメータ β_1, β_2 , 誤差項のスケールパラメータ μ である. β_1 の設定値は 1.0, β_2 の設定値は 0.5 であり, μ の値は式(5)より誤差相関係数 σ_{23} を用いて算出する(表 1). 以降, 推定値にはハット記号を付す.

表 1 誤差相関係数とスケールパラメータ

| | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|
| 誤差相関係数 | 0.00 | 0.10 | 0.30 | 0.50 | 0.70 | 0.90 |
| スケールパラメータ | 1.00 | 0.95 | 0.84 | 0.71 | 0.55 | 0.32 |

まず, 尤度による goodness-of-fitting に関して, σ_{23} 毎 100 回分の推定結果より得られた対数最終尤度の分布を図 3 に示す. ここで, 図中の実線は初期尤度値を示す. 初期尤度と最終尤度に有意な差が見られるため, モデルは人工データへ十分に当てはまっていることが分かる. また誤差相関係数が大きくなるにつれ, モデルの goodness-of-fitting が上昇することが分かる. これは, 選択肢 2 と選択肢 3 の誤差相関が大きくなるに従い, 上位の選択における選択肢 1 の選択確率が大きくなった分が, Nested Logit Model の対数尤度関数に反映された結果と考えられる.

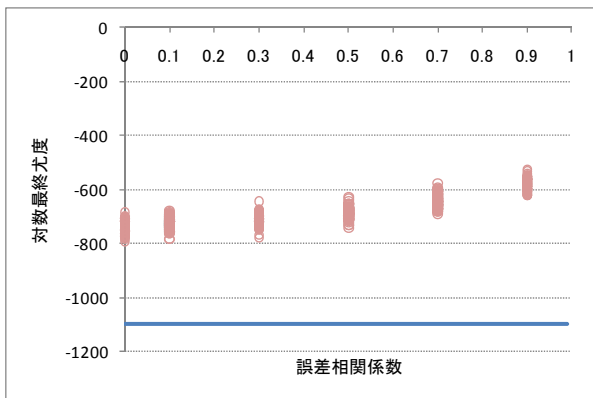


図 3. σ_{23} 毎の対数最終尤度の分布

次に, スケールパラメータの推定結果について考察を行う. スケールパラメータの推定結果について, σ_{23} 毎に推定したスケールパラメータ $\hat{\mu}$ の分布を図 4 に示す. 図中の実線は式(5)から算出した σ_{23} 毎のスケールパラメータ μ の設定値を示す. 誤差相関係数 σ_{23} の値によらずスケールパラメータ $\hat{\mu}$ は設定値付近に分布していることがわかる. また, 誤差相関係数が増大するに従ってスケールパラメータの標準偏差が減少している. すなわち, 弱度の正の相関の下では推定される相関関係には曖昧性が高い一方, 相関が強くなるに従ってその曖昧性が減少していく結果となった.

次に, 確定効用部分のパラメータの推定結果について考察を行う. 誤差相関係数 σ_{23} 毎に推定した確定効用部

分のパラメータ $\hat{\beta}_1$ の値の分布を図 5 に示す. ただし, 図中の実線は β_1 の設定値, すなわち $\hat{\beta}_1 = 1.0$ を示す. 誤差相関係数 σ_{23} の値によらず確定効用部分のパラメータ $\hat{\beta}_1$ も設定値付近に分布していることがわかる. また, $\hat{\beta}_2$ も同様の結果が得られている.

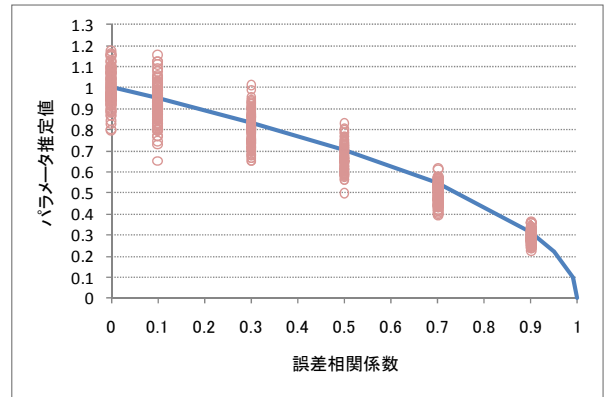


図 4. σ_{23} 毎の $\hat{\mu}$ の分布

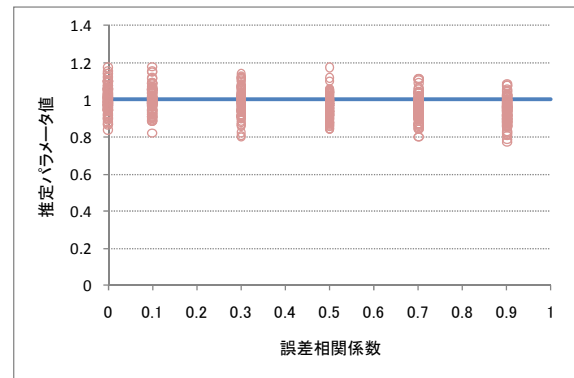


図 5. σ_{23} 毎の $\hat{\beta}_1$ の分布

最後に, 選択確率の推定結果について, 図 6 にて選択確率推定値の平均値と, 式 (6) において $\beta_1 = 1.0$, $\beta_2 = 0.5$ として人工データから算出した選択確率値の平均値との比較を行う.

推定値の平均値と人工データの平均値は, σ_{23} の値によらず等しくなっていることがわかる.

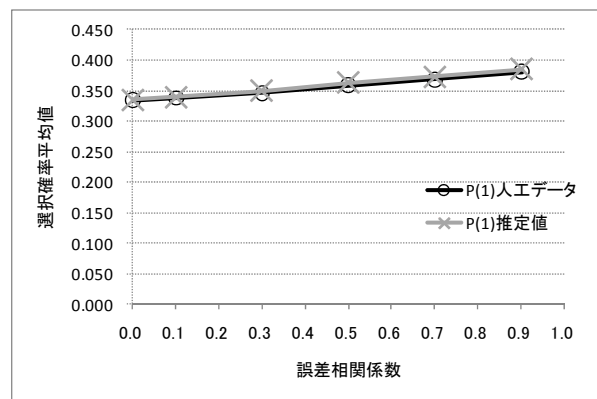


図 6a. σ_{23} 毎の \hat{P}_{11} の平均値

